CAP. 3: EQ. DIF. ORDINARIAS LINEARES DE ORDEM n

$$\boxed{\text{FORMA GERAL: } y^{(n)} + p_0(t)\,y + p_1(t)\,y' + \dots + p_{n-1}(t)\,y^{(n-1)} = g(t)}$$

3A EQ. HOMOGÊNEAS COM COEFICIENTES CONSTANTES

$$\boxed{\text{FORMA GERAL: } y^{(n)} + a_0 y + a_1 y' + \dots + a_{n-1} y^{(n-1)} = 0}$$

onde $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ são coeficientes reais

SOLUÇÃO GERAL: É DADA PELA COMBINAÇÃO LINEAR DE n SOLUÇÕES l.i.
AS n SOLUÇÕES l.i. SÃO OBTIDAS A PARTIR DAS n RAÍZES DO POLINÔMIO CARACT.:

→ CADA RAÍZ REAL DE MULTIPLICIDADE m (Ex: r_2) CONTRIBUI COM AS SEGUINTES m SOLUÇÕES l.i: $\exp(r_2 t)$, $t\exp(r_2 t)$, ..., $t^{m-1}\exp(r_2 t)$

→ CADA PAR DE RAÍZES COMPLEXAS CONJUGADAS DE MULTIPLICIDADE m (Ex: $\lambda + j\mu$; $\lambda - j\mu$) CONTRIBUEM COM AS SEGUINTES $2m$ SOLUÇÕES l.i.: $\exp(\lambda t)\cos(\mu t)$, $\exp(\lambda t)\,\text{sen}(\mu t)$, $t\exp(\lambda t)\cos\mu t$, $t\exp(\lambda t)\,\text{sen}\,\mu t$, ..., $t^{m-1}\exp(\lambda t)\cos\mu t$, $t^{m-1}\exp(\lambda t)\,\text{sen}\,\mu t$.

3B EQ. NÃO HOMOGÊNEAS COM COEFICIENTES CONSTANTES

$$\boxed{\text{FORMA GERAL: } y^{(n)} + a_0 y + a_1 y' + \dots + a_{n-1} y^{(n-1)} = g(t)}$$

onde $a_0, a_1, \dots a_{n-1}$ são coeficientes reais

SOLUÇÃO GERAL: $y(t) = y_H(t) + y_P(t)$, onde $y_H(t)$ É A SOLUÇÃO GERAL DA EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA E $y_P(t)$ É UMA SOLUÇÃO PARTICULAR DA EQ. NÃO HOMOGÊNEA.
A SOLUÇÃO PARTICULAR $y_P(t)$ PODE SER OBTIDA POR: 3B1 e/ou 3B2

3B1 MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS

(VÁLIDO SE $g(t)$ É EXPONENCIAL, SENO, COSSENO, POLINÔMIO, OU SOMA OU PRODUTO DE TAIS FUNÇÕES)

→ SE $g(t)$ FOR DADA PELA SOMA DE m PARCELAS $[g(t) = g_1(t) + g_2(t) + \dots + g_m(t)]$, DIVIDIR EM m SUBPROBLEMAS [SUBSTITUINDO $g(t)$ POR $g_m(t)$] E RESOLVER CADA SUBPROBLEMA SEPARADAMENTE. A SOLUÇÃO PARTICULAR $y_P(t)$ É DADA PELA SOMA DAS SOLUÇÕES INDIVIDUAIS DOS m SUBPROBLEMAS.

→ Se $g_m(t) = \text{sen}\,\omega t$ ou $g_m(t) = \cos\omega t$; $Y_{P_m}(t) = At^q\,\text{sen}\,\omega t + Bt^q\cos\omega t$, onde q É O MENOR INTEIRO ⊕ QUE GARANTE QUE $ct^q\,\text{sen}\,\omega t$ NÃO SEJA SOLUÇÃO DA HOMOGÊNEA

→ SE $g_m(t) = \exp(\lambda t)$; $Y_{P_m}(t) = [A\exp(\lambda t)]\cdot t^q$, onde q É O MENOR INTEIRO ⊕ QUE GARANTE QUE $ct^q\exp(\lambda t)$ NÃO SEJA SOLUÇÃO DA EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA.

→ Se $g_m(t) =$ polinômio em t de ordem s [Ex: $g_m(t) = t^2 + 1$]; $Y_{P_m}(t) = [A_s t^s + A_{s-1} t^{s-1} + \dots + A_1 t + A_0]\,t^q$,
ONDE q É O MENOR INTEIRO ⊕ QUE GARANTE QUE NENHUMA PARCELA DA $Y_P(t)$ SEJA SOLUÇÃO DA EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA.

→ Se $g_m(t)$ É DADA PELO PRODUTO DE x TAIS TERMOS, $Y_{P_m}(t)$ É OBTIDA MULTIPLICANDO-SE AS x SOLUÇÕES PARTICULARES INDIVIDUAIS.

Ex: se $g_m(t) = \exp(\lambda t)\,\text{sen}(\omega t) \Rightarrow Y_{P_m}(t) = At^q\exp(\lambda t)\,\text{sen}(\omega t) + Bt^q\exp(\lambda t)\cos(\omega t)$
ONDE q É O MENOR INTEIRO ⊕ QUE GARANTE QUE NENHUMA PARCELA DA $Y_P(t)$ SEJA SOLUÇÃO DA EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA.

3B2 VARIAÇÃO DE PARÂMETROS [NOS LIMITAREMOS A 2ª ORDEM]

$y_p(t) = \mu_1(t)\, y_1(t) + \mu_2(t)\, y_2(t)$, onde:

→ $y_1(t)$ e $y_2(t)$ SÃO AS DUAS SOLUÇÕES l.i. DA EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA;

→ $\mu_1(t) = -\displaystyle\int \frac{y_2(t)\, g(t)}{W(y_1, y_2)}\, dt$ → $\mu_2(t) = +\displaystyle\int \frac{y_1(t)\, g(t)}{W(y_1, y_2)}\, dt$

→ $W(y_1, y_2) = \det \begin{pmatrix} y_1(t) & y_2(t) \\ y_1'(t) & y_2'(t) \end{pmatrix}$

3C EQ. HOMOGÊNEAS COM COEFICIENTES VARIÁVEIS [NOS LIMITAREMOS A 2ª ORDEM]

$$\boxed{\text{FORMA GERAL: } y^{(n)} + p_0(t)\, y + p_1(t)\, y' + \ldots + p_{n-1}(t)\, y^{(n-1)} = 0}$$

<u>SOLUÇÃO</u> <u>GERAL</u>: $y(t) = \displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} a_i (t - t_0)^i$ [NOS LIMITAREMOS AO CASO ONDE $p_0(t)$ e $p_1(t)$ SÃO ANALÍTICAS EM t_0]
