FÍSICA I

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prof. Dr. Patricio R. Impinnisi

Aula 6: Trabalho e Energia

ENERGIA CINÉTICA

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

É uma grandeza escalar que se conserva num sistema fechado e que está relacionada ao movimento dos objetos

Para um objeto com uma velocidade v muito menor que a velocidade da luz a grandeza que se conserva é

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Sua unidade é o Joule (J)

1 Joule $= 1$ J $= 1$ Kg m^2/s^2 $[M\ L^2\ T^{-2}]$

ENERGIA CINÉTICA

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Exemplo:

Em 1896, em Waco, Texas, William Crush posicionou duas locomotivas em extremidades opostas de uma linha férrea com 6,4 km de extensão, acendeu as caldeiras, amarrou os aceleradores para que permanecessem acionados e fez com que as locomotivas sofressem uma colisão frontal, em alta velocidade, diante de 30.000 espectadores. Centenas de pessoas foram feridas pelos destroços; várias morreram. Supondo que cada locomotiva pesava 1,2 10^6 N e tinha uma aceleração constante de 0,26 m/s^2, qual era a energia cinética das duas locomotivas imediatamente antes da colisão?

ENERGIA CINÉTICA

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$v^2 = 0 + 2\left(0{,}26\frac{m}{s^2}\right)(3{,}2\ 10^3 m)$$

$$v = 40{,}8\ \frac{m}{s}$$

$$m = \frac{1{,}2\ 10^6 N}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} = 1{,}22\ 10^5\ \text{Kg}$$

$$K = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = (1{,}22\ 10^5\ \text{Kg})\left(40{,}8\ \frac{m}{s}\right)^2 = 2{,}0\ 10^8 J$$

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Variações de energia cinética somente acontecem devido á ação de forças

A ação de forças sobre objetos (e sua variação de energia cinética) define o trabalho da força

Definição de trabalho W

Trabalho (W) é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

O trabalho realizado sobre uma partícula, por uma força $\vec{F}$ constante durante um deslocamento $\vec{d}$ é dado por

$$W = Fd\,cos\phi = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Observações:

ϕ é o ângulo entre as direções de $\vec{F}$ e $\vec{d}$

Apenas a componente de $\vec{F}$ na direção de $\vec{d}$ pode realizar trabalho sobre o objeto

Quando duas ou mais forças exercem trabalho sobre um objeto, o trabalho total é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas forças; também é igual ao trabalho realizado pela força resultante

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Para realizar trabalho é necessário transferir energia!

Chutando uma bola, realizamos trabalho

Empurrando uma parede sem desloca-la, não realizamos trabalho

A variação de energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho W realizado sobre a partícula

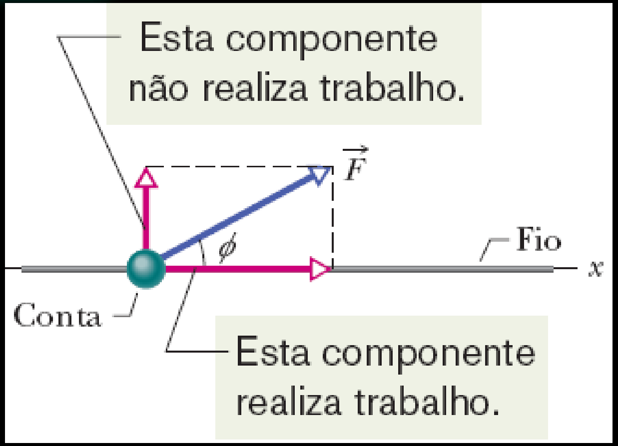
$\Delta K = K_f - K_i = W$

Teorema do trabalho e energia cinética

Dedução da expressão para o trabalho $W = Fd\ cos\phi$...

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Considere uma conta que pode deslizar ao longo de um fio sem atrito ao longo de um eixo x horizontal. Uma força constante $\vec{F}$, fazendo um ângulo ϕ com o fio, é usada para acelerar a conta. Podemos relacionar a força à aceleração por meio da segunda lei de Newton, escrita para as componentes em relação ao eixo x



$$F_x = m\, a_x$$

Enquanto a conta sofre um deslocamento $\vec{d}$, a força muda a velocidade da conta de um valor inicial $\vec{v}_0$ para outro valor, $\vec{v}$. Como a força é constante, sabemos que a aceleração também é constante. Assim, para as componentes em relação ao eixo x, podemos usar a equação

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d$$

Explicitando a_x, substituindo na equação acima e reagrupando os termos, obtemos

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d \qquad F_x d = Fd\,cos\phi = \vec{F}\cdot\vec{d}$$

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Observações

$$F_x d = Fd\,cos\phi = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

A força é constante

O objeto se comporta como uma partícula

O trabalho pode ser positivo ou negativo

As unidades de trabalho e energia são iguais (J)

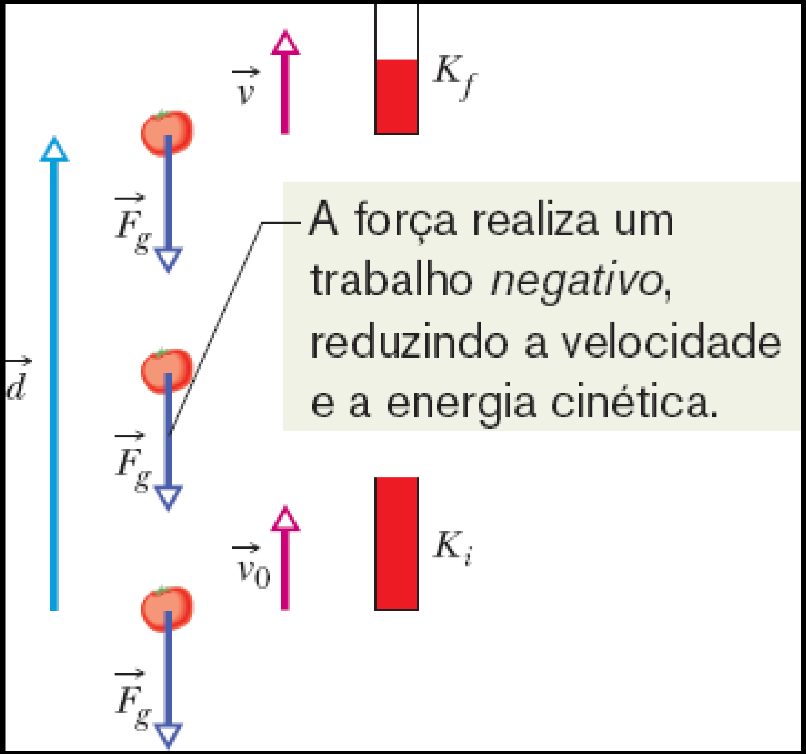
No sistema inglês a unidade é o pé-libra (ft lb)

Uma partícula está se movendo ao longo do eixo x. A energia cinética aumenta, diminui ou permanece a mesma se a velocidade da partícula varia (a) de –3 m/s para –2 m/s e (b) de –2 m/s para 2 m/s? (c) Nas situações dos itens (a) e (b) o trabalho realizado sobre a partícula é positivo, negativo ou nulo?

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

É um caso particular, para o qual a equação fica:

$$W_g = mgd\ cos\phi$$



A figura mostra um objeto de massa m que se comporta como partícula, arremessado para cima com velocidade inicial v_0 e, portanto, com uma energia cinética inicial ½ m v_0^2. Na subida, o objeto é desacelerado por uma força gravitacional, ou seja, a energia cinética do objeto diminui porque a força gravitacional $\vec{F}_g$ realiza trabalho sobre ele durante a subida. Uma vez que o objeto pode ser tratado como uma partícula, podemos usar W = Fd cos ϕ para expressar o trabalho realizado durante um deslocamento $\vec{d}$. No lugar de $\vec{F}_g$, usamos seu módulo F = mg. Assim, o trabalho W_g realizado pela força gravitacional $\vec{F}_g$ é

$$W_g = mgd\cos 180° = mgd(-1) = -mgd$$

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

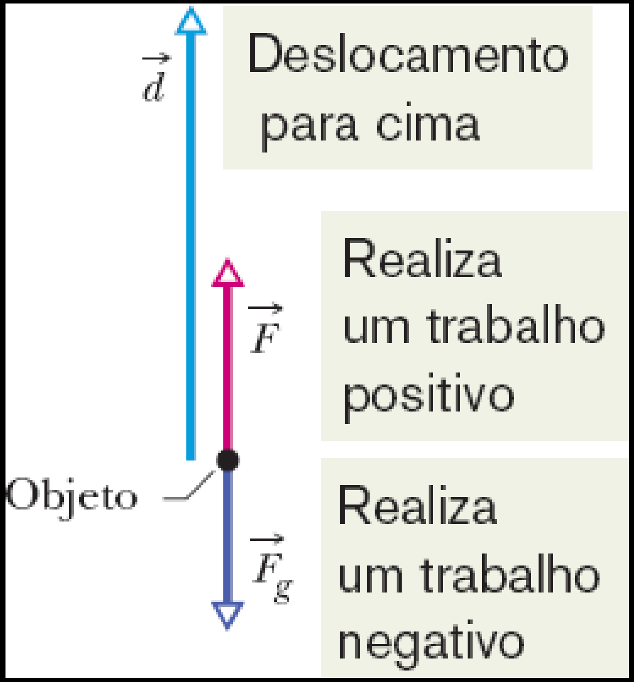
Depois que o objeto atinge a altura máxima e começa a descer, o ângulo ϕ entre a força $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ é zero. Assim,

$$W_g = mgd \cos 0° = mgd(+1) = +mgd$$

Suponha agora que queremos levantar um objeto que se comporta como uma partícula aplicando ao objeto uma força vertical $\vec{F}$.

Durante o deslocamento para cima, a força aplicada realiza um trabalho positivo W_a sobre o objeto, enquanto a força gravitacional realiza um trabalho negativo W_g. A força aplicada tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força gravitacional tende a remover energia do objeto. A variação ΔK da energia cinética do objeto devido a essas duas transferências de energia é

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g$$



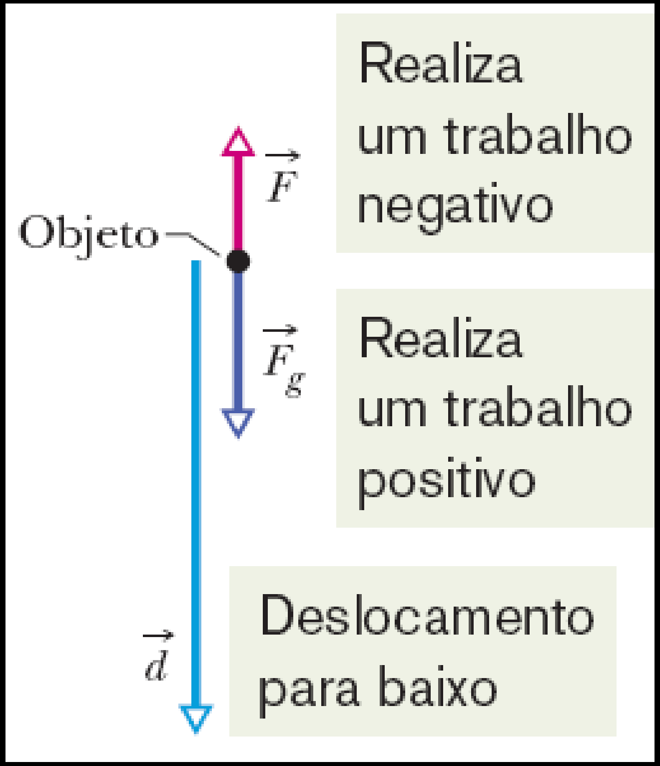
e na descida?

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Depois que o objeto atinge a altura máxima e começa a descer, o ângulo ϕ entre a força $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ é zero. Assim,

$$W_g = mgd\cos 0° = mgd(+1) = +mgd$$

nesse caso, a força gravitacional transfere energia para o objeto, enquanto a força aplicada tende a remover energia do objeto.



Em muitos casos, o objeto está em repouso antes e depois do levantamento. Nesse caso, K_f e K_i são nulas e portanto...

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g$$

$$W_a + W_g = 0$$

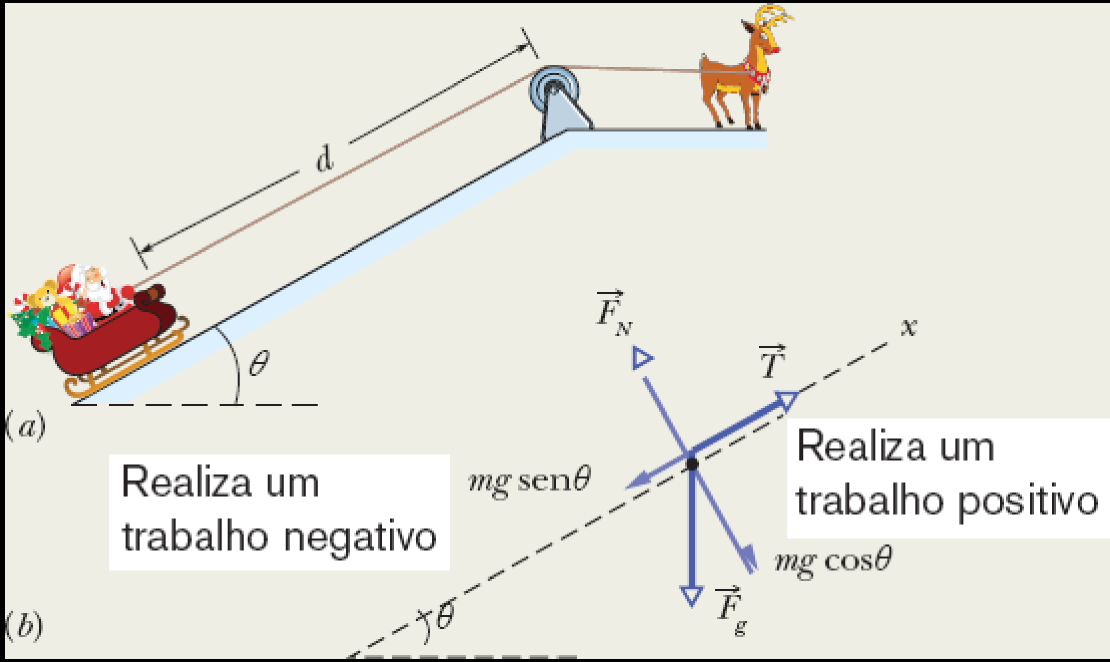
$$W_a = -W_g$$

Vejamos um exemplo...

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo

Uma corda puxa para cima um trenó de 200 kg em uma encosta com um ângulo θ = 30º, por uma distância d = 20 m. A massa total do trenó e da carga é 200 kg. A encosta nevada é tão escorregadia que o atrito entre o trenó e a encosta pode ser desprezado. Qual é o trabalho realizado pelas forças que agem sobre o trenó?



Neste exemplo, consideramos que o objeto está em repouso nos instantes inicial e final e, portanto, sua energia cinética não varia (o mesmo aconteceria se simplesmente as energias cinéticas inicial e final forem iguais, ΔK=0).

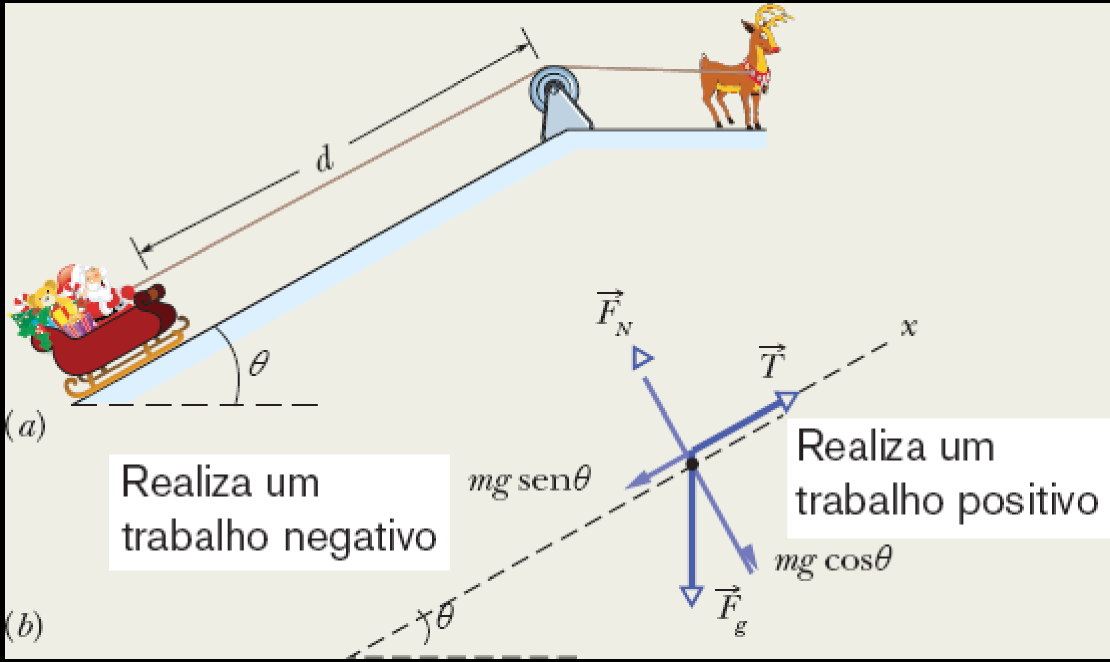
TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo

Como, durante o movimento, as forças são constantes em módulo e orientação, W = Fd cos ϕ. Chegamos ao mesmo resultado usando W = $\vec{F} \cdot \vec{d}$

O trabalho realizado pela força normal é zero

A força gravitacional na direção do movimento é F_{gx} = mg sen θ = (200 kg)(9,8 m/s2) sen 30° = 980 N.



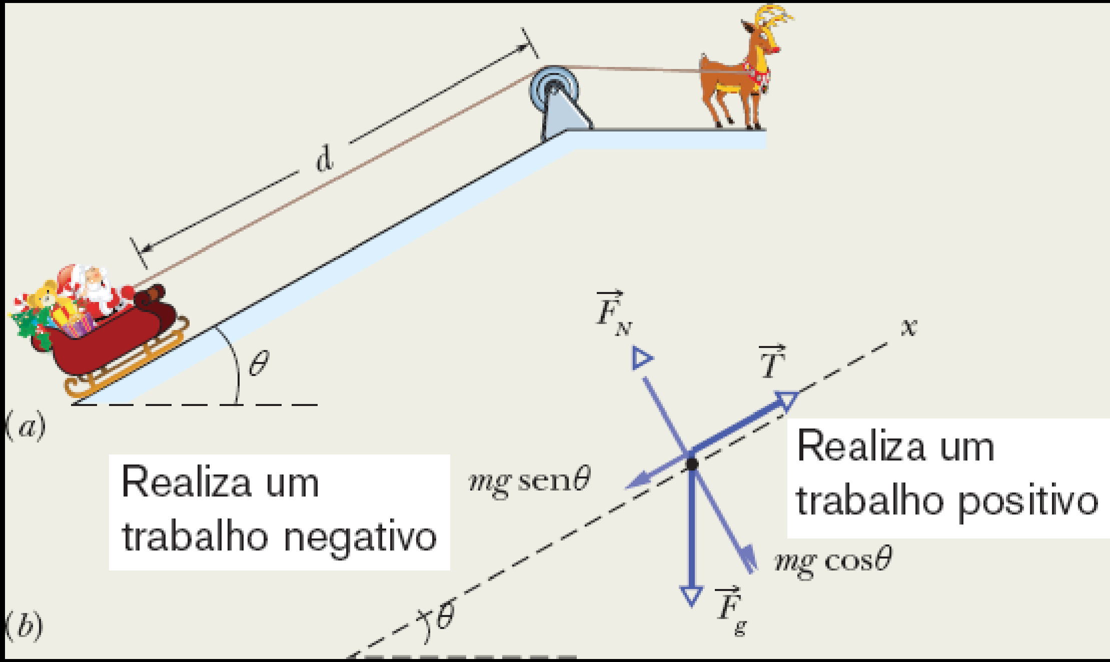
O trabalho desta força é

$$W_g = (980\ N)(20\ m)(-1) = -1{,}96\ 10^4 J$$

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo

Para o trabalho da força de tração da corda usar o teorema do trabalho e energia em que $\Delta K = 0$ e $W = W_N + W_g + W_T$ é o trabalho total realizado pelas forças. Assim,



$$0 = W_N + W_g + W_T = 0 - 1{,}96\ 10^4 J + W_T$$

$$W_T = 1{,}96\ 10^4 J$$

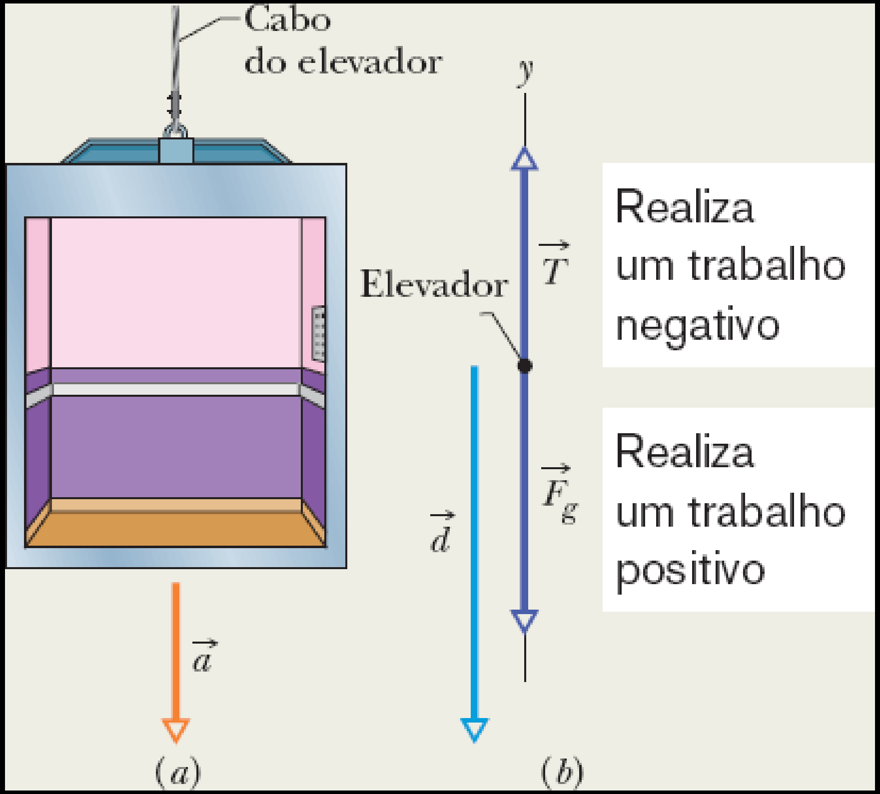
Vejamos o caso do elevador acelerado...

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo do elevador acelerado

Um elevador, de massa m = 500 kg, está descendo com velocidade v_i = 4,0 m/s quando o cabo de sustentação começa a patinar, permitindo que o elevador caia com aceleração constante $\vec{a} = \frac{\vec{g}}{5}$.

(a) Se o elevador cai de uma altura d = 12 m, qual é o trabalho W_g realizado sobre o elevador pela força gravitacional $\vec{F}_g$?



Considerando que o ângulo entre a força gravitacional e o deslocamento do elevador é 0° temos:

$$W_g = (500\,)(9{,}8\,)(12)(1) = 5{,}88\;10^4 J$$

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo do elevador acelerado

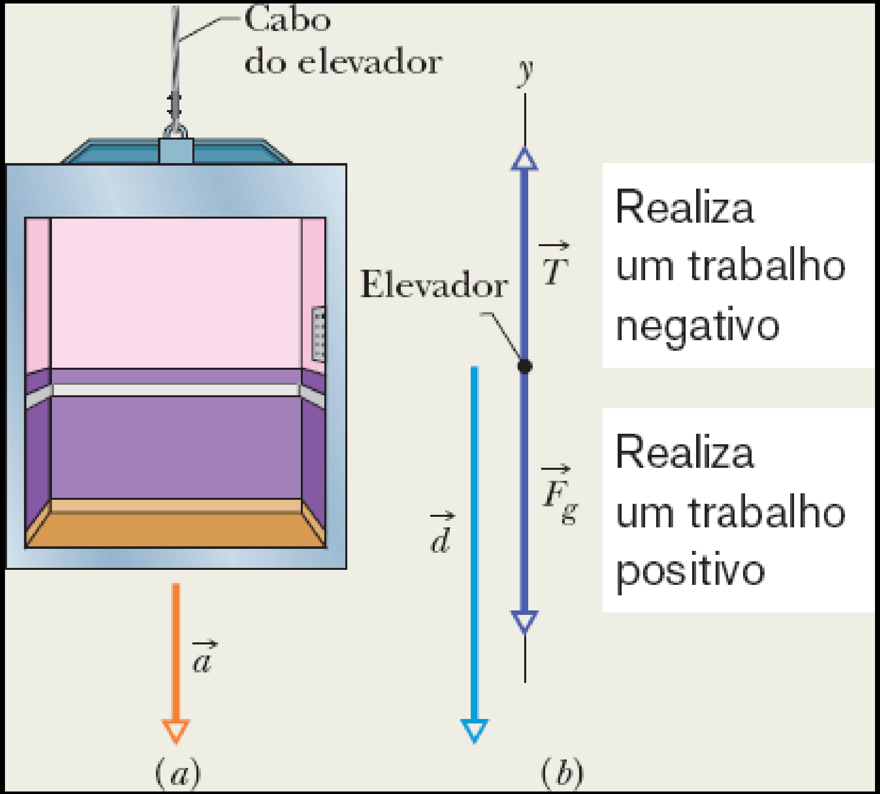
(b) Qual é o trabalho W_T realizado sobre o elevador pela força de tração do cabo durante a queda?

Pela segunda lei de Newton $T - F_g = ma$

Explicitando T, substituindo F_g por mg obtemos

$$W_T = T\, d \cos \emptyset = m(a+g) d \cos \emptyset$$

$$= m\left(-\frac{g}{5} + g\right) d \cos \emptyset = \frac{4}{5} mgd \cos \emptyset = -4{,}7\ 10^4 J$$



Note que W_T não é simplesmente o negativo de W_g. A razão disso é que, como o elevador acelera durante a queda, a velocidade varia e a energia cinética inicial e final não são iguais.

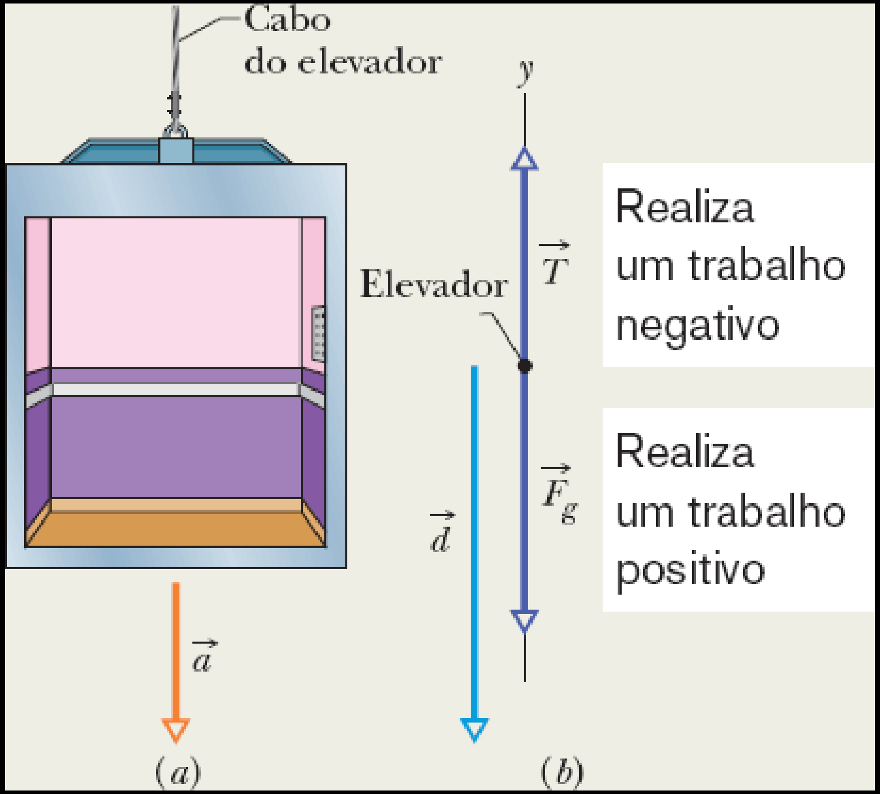
TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Exemplo do elevador acelerado

(c) Qual é o trabalho total W realizado sobre o elevador durante a queda?

O trabalho total é a soma dos trabalhos realizados pelas forças a que o elevador está sujeito:

$$W = W_g + W_T = 1{,}18\ 10^4 J$$



(d) Qual é a energia cinética do elevador no final da queda de 12 m?

A variação da energia cinética é igual ao trabalho total realizado sobre o elevador...

$$K_f = K_i + W = \frac{1}{2} m v_i^2 + W = \frac{1}{2}\ 500\ 4{,}0^2 + 1{,}18\ 10^4 J = 1{,}58\ 10^4 J$$

TRABALHO DA FORÇA ELÁSTICA

A força exercida por uma mola é dada por $\vec{F} = -k\vec{d}$

Se o eixo x é paralelo à maior dimensão da mola, com a origem na posição da extremidade livre quando a mola está relaxada, a equação se torna

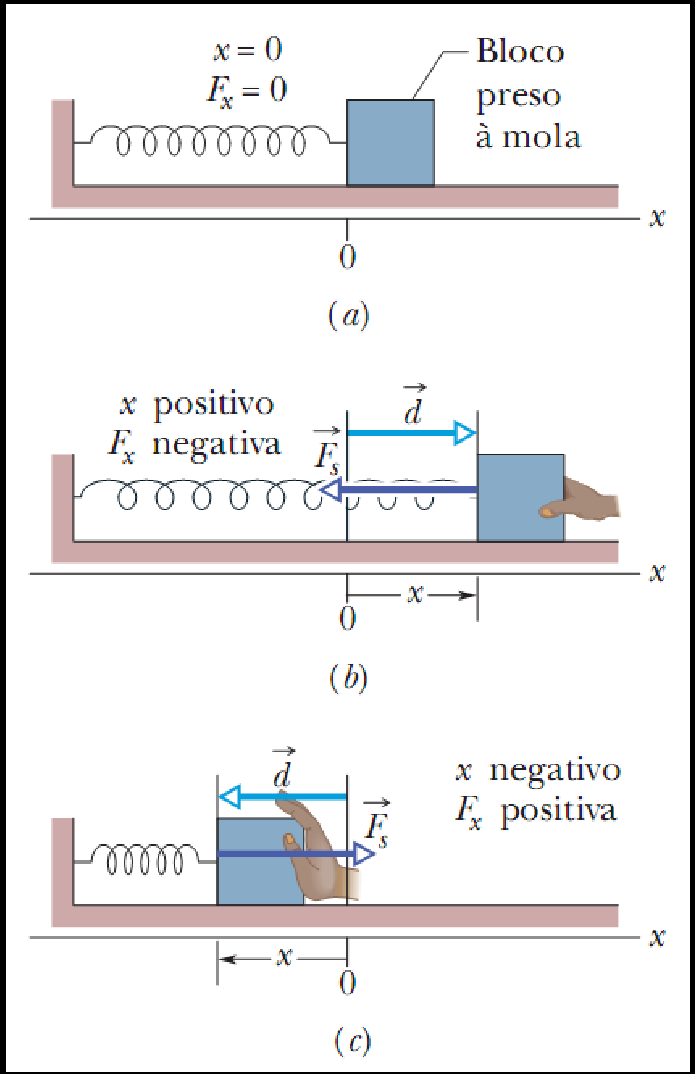
$$F = -kx$$

A força exercida por uma mola é uma força variável, pois depende da posição da extremidade livre da mola. Neste caso o trabalho será ($dW = Fdx$)

$$W = \int_{x_i}^{x_f} -kx\,dx = -\frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right) = \frac{1}{2}k\left(x_i^2 - x_f^2\right)$$

TRABALHO DA FORÇA ELÁSTICA

Em três situações, as posições inicial e final, respectivamente, ao longo do eixo x da figura são: (a) –3 cm, 2 cm; (b) 2 cm, 3 cm; (c) –2 cm, 2 cm. Em cada situação, o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica é positivo, negativo ou nulo?



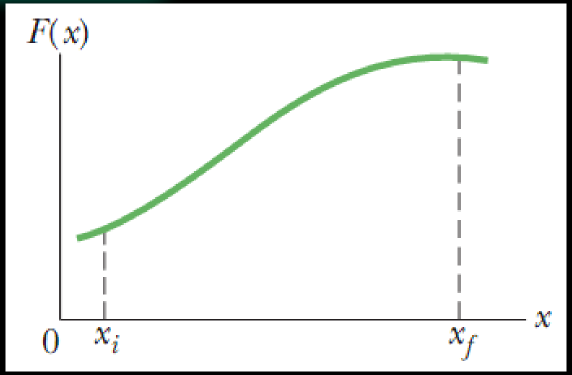
TRABALHO DE UMA FORÇA VARIÁVEL

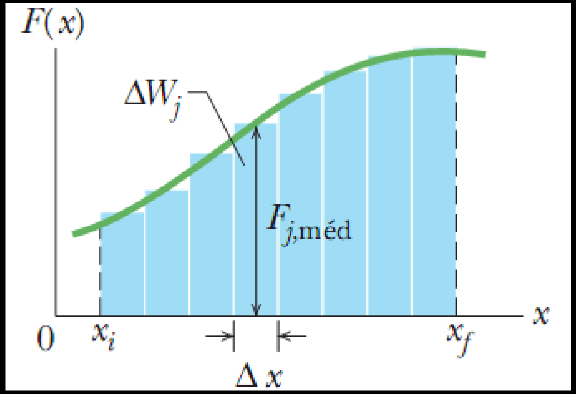
A figura mostra o gráfico de uma força variável unidimensional. Estamos interessados em obter uma expressão para o trabalho realizado por essa força.

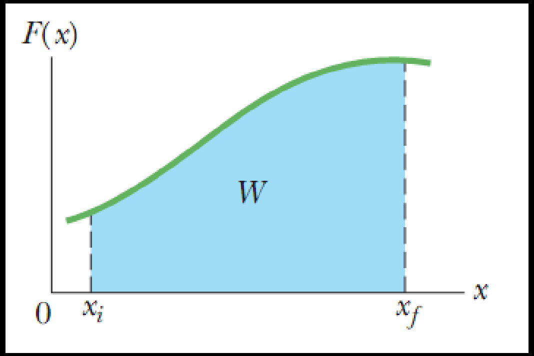
Consideramos elementos Δx (e a $F_{média}$).

No limite, fazemos a largura dos retângulos tender a zero; nesse caso, o número de retângulos se torna infinitamente grande e temos a integral (resultado exato).

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$







POTÊNCIA

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

A taxa de variação do trabalho realizado por uma força com o tempo recebe o nome de potência. Se uma força realiza um trabalho W em um intervalo de tempo Δt, a potência média desenvolvida durante esse intervalo de tempo é

$$P_{média} = \frac{W}{\Delta t} \; [W]$$

A potência instantânea P é a taxa de variação instantânea com a qual o trabalho é realizado, que pode ser escrita como

$$P = \frac{dW}{dt}$$

POTÊNCIA

A unidade de energia kWh $P\Delta t = E$

Também podemos expressar a potência em termos da força e da velocidade de uma partícula.

Para uma partícula que se move em linha reta sob a ação de uma força que faz um ângulo ϕ com a direção de movimento da partícula, teremos que:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cos\phi\, dx}{dt} = F\cos\phi\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

$$P = Fv\cos\phi$$

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

POTÊNCIA

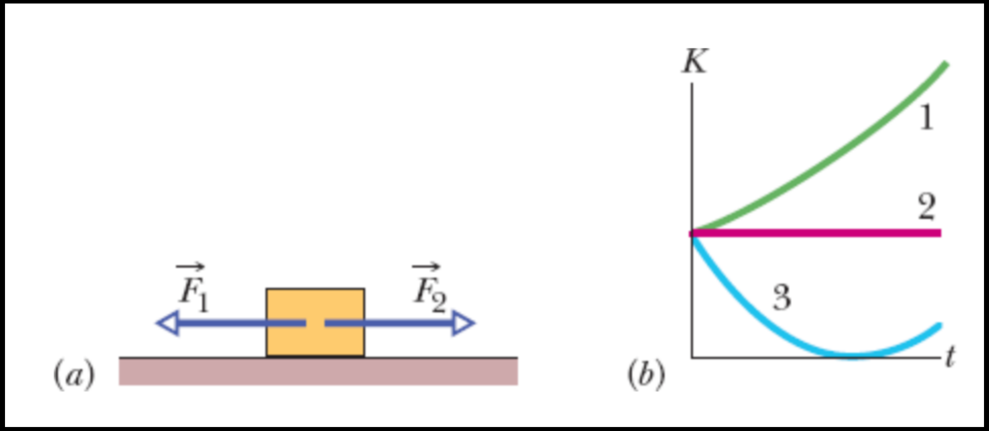
Responder:

Um bloco descreve um movimento circular uniforme sob a ação de uma corda presa ao bloco e ao centro de uma circunferência. A potência desenvolvida pela força que a corda exerce sobre o bloco é positiva, negativa ou nula? Por quê?

PERGUNTAS

1. Ordene as seguintes velocidades de acordo com a energia cinética que uma partícula teria se estivesse a essa velocidade, em ordem decrescente: (a) $\vec{v} = 4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$, (b) $\vec{v} = -4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$, (c) $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$, (d) $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$, (e) $\vec{v} = 5\hat{\imath}$ e (f) v = 5 m/s a 30° com a horizontal.

2. A figura a mostra duas forças horizontais que agem sobre um bloco que está deslizando para a direita em um piso sem atrito. A figura b mostra três gráficos da energia cinética K do bloco em função do tempo t. Qual dos gráficos corresponde melhor às três seguintes situações:

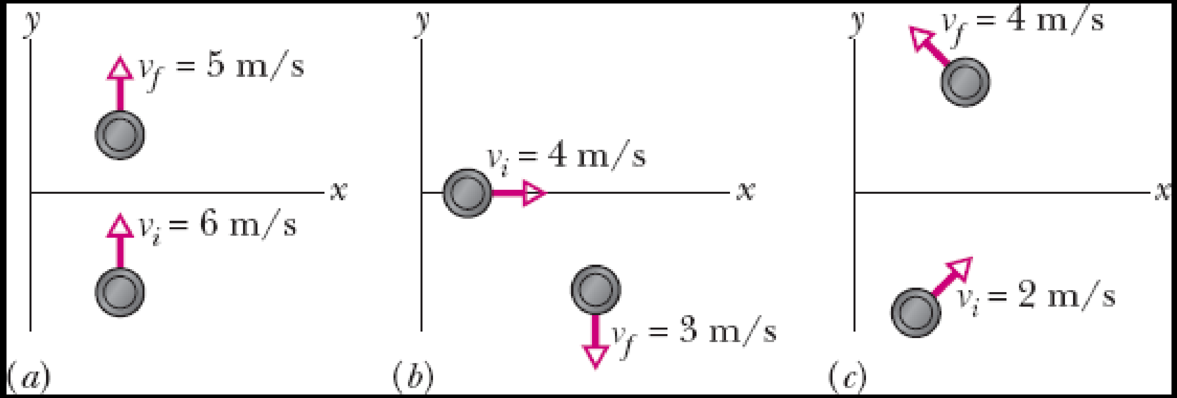


(a) $F_1 = F_2$, (b) $F_1 > F_2$, (c) $F_1 < F_2$?

PERGUNTAS

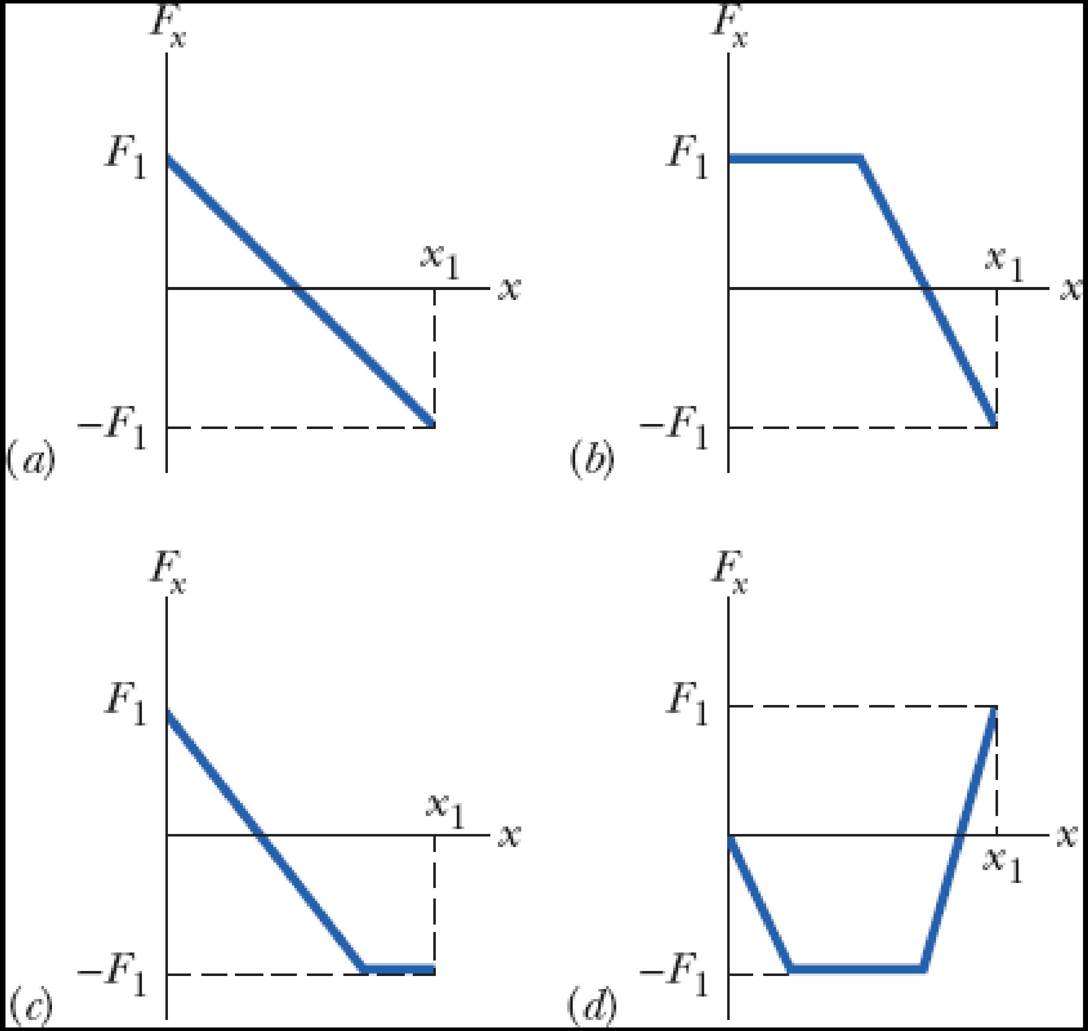
3. O trabalho realizado por uma força constante $\vec{F}$ sobre uma partícula durante um deslocamento retilíneo $\vec{d}$ é positivo ou negativo (a) se o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 30°; (b) se o ângulo é 100°; (c) se $\vec{F} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ e $\vec{d} = -4\hat{\imath}$?

4. Em três situações, uma força horizontal aplicada por um curto período de tempo muda a velocidade de um disco de metal que desliza em uma superfície de gelo de atrito desprezível. As vistas superiores da figura mostram, para cada situação, a velocidade inicial v_i do disco, a velocidade final v_f e as orientações dos vetores. Ordene as situações de acordo com o trabalho realizado sobre o disco pela força aplicada, do mais positivo para o mais negativo.



PERGUNTAS

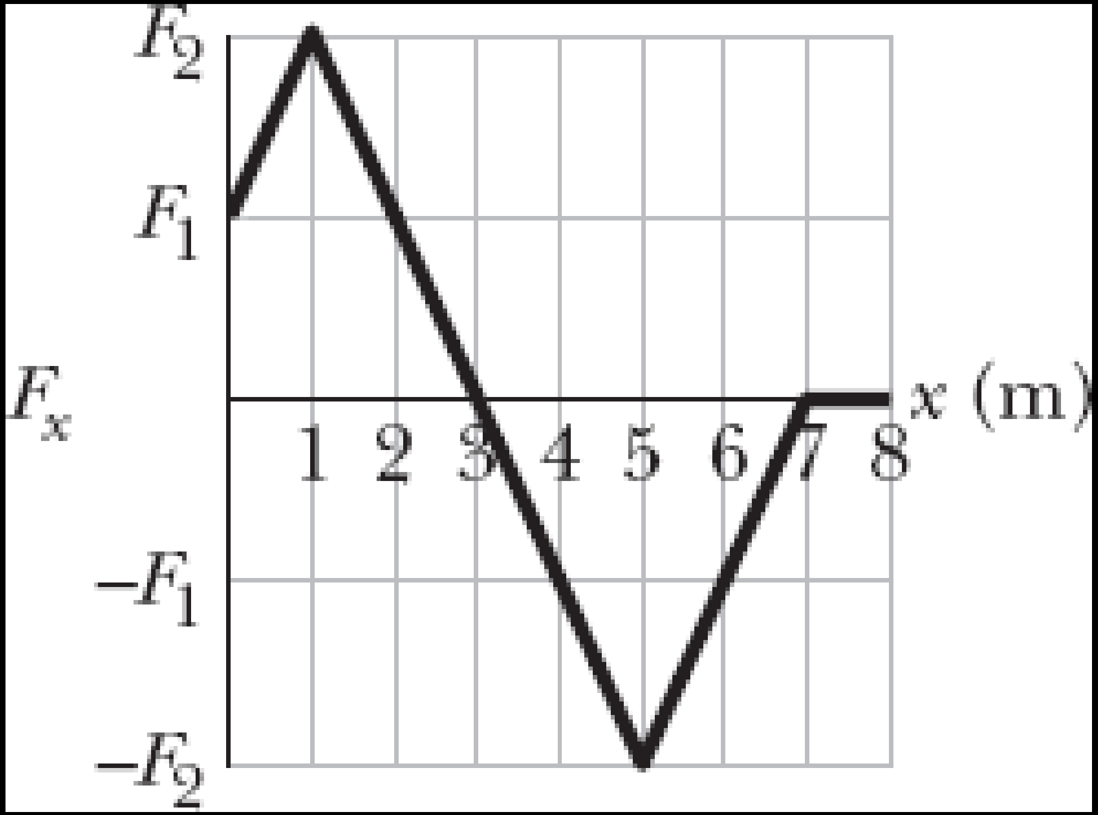
5. A figura mostra quatro gráficos (traçados na mesma escala) da componente F_x da força aplicada a uma partícula que se move ao longo do eixo x. Ordene os gráficos de acordo com o trabalho realizado pela força sobre a partícula de $x = 0$ a $x = x_1$, do mais positivo para o mais negativo.



PERGUNTAS

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

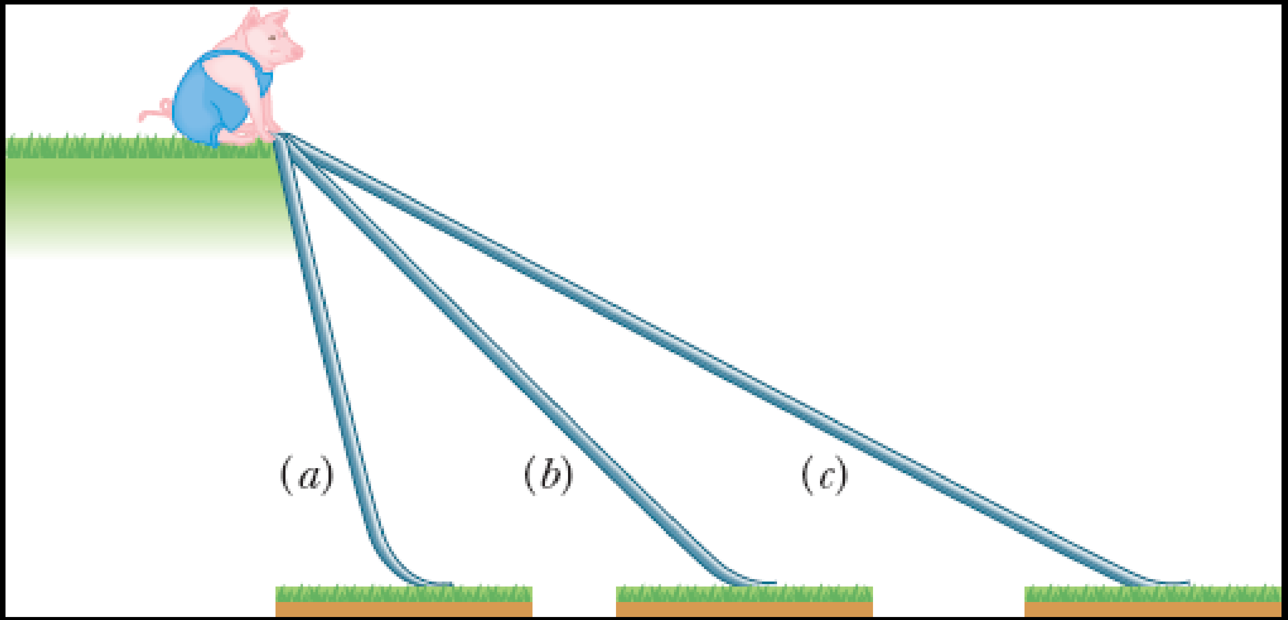
6. A figura mostra a componente F_x de uma força que pode agir sobre uma partícula. Se a partícula parte do repouso em x = 0, qual é sua coordenada (a) quando a energia cinética é máxima, (b) quando a velocidade é máxima, e (c) quando a velocidade é nula? (d) Qual é o sentido da velocidade da partícula ao passar pelo ponto x = 6 m?



PERGUNTAS

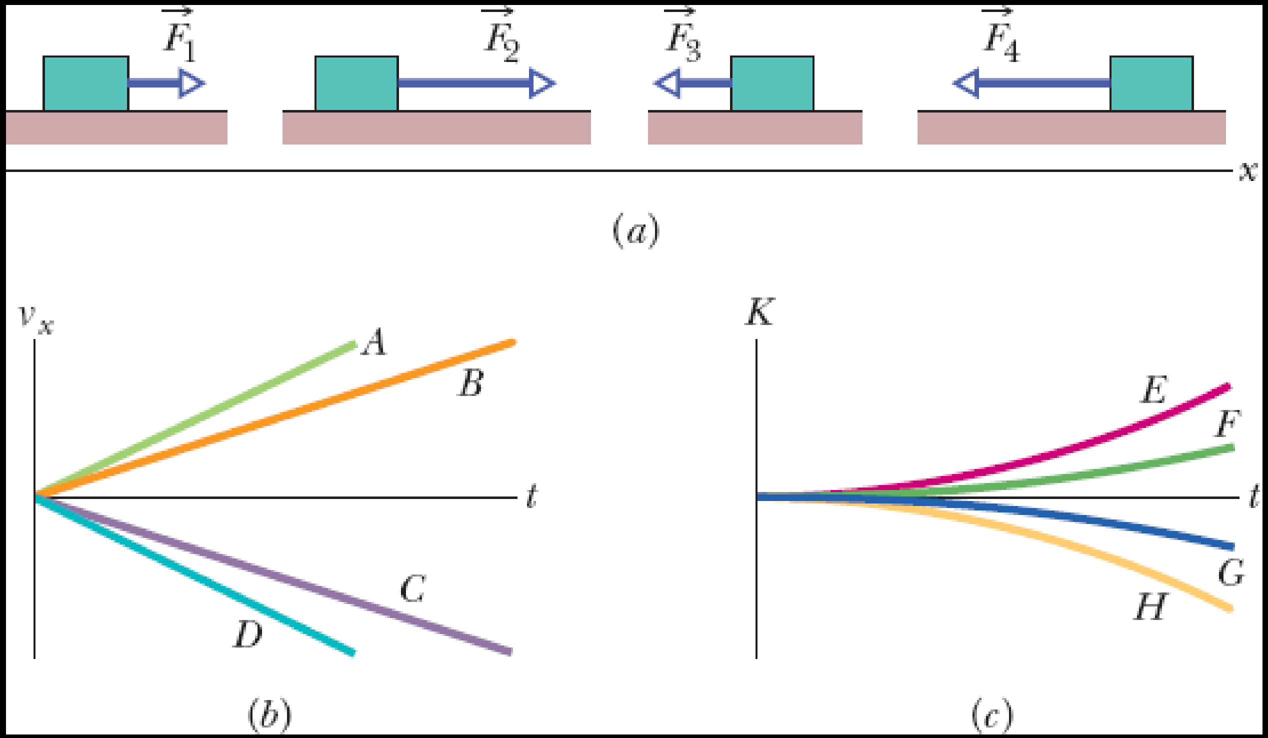
UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

7. Na figura, um porco ensebado pode escolher entre três escorregas para descer. Ordene os escorregas de acordo com o trabalho que a força gravitacional realiza sobre o porco durante a descida, do maior para o menor.



PERGUNTAS

8. A figura a mostra quatro situações nas quais uma força horizontal age sobre um mesmo bloco, que está inicialmente em repouso. Os módulos das forças são $F_2 = F_4 = 2F_1 = 2F_3$. A componente horizontal v_x da velocidade do bloco é mostrada na figura b para as quatro situações. (a) Que gráfico da figura b corresponde melhor a que força da figura a? (b) Que gráfico da figura c (da energia cinética K em função do tempo t) corresponde melhor a que gráfico da figura b?

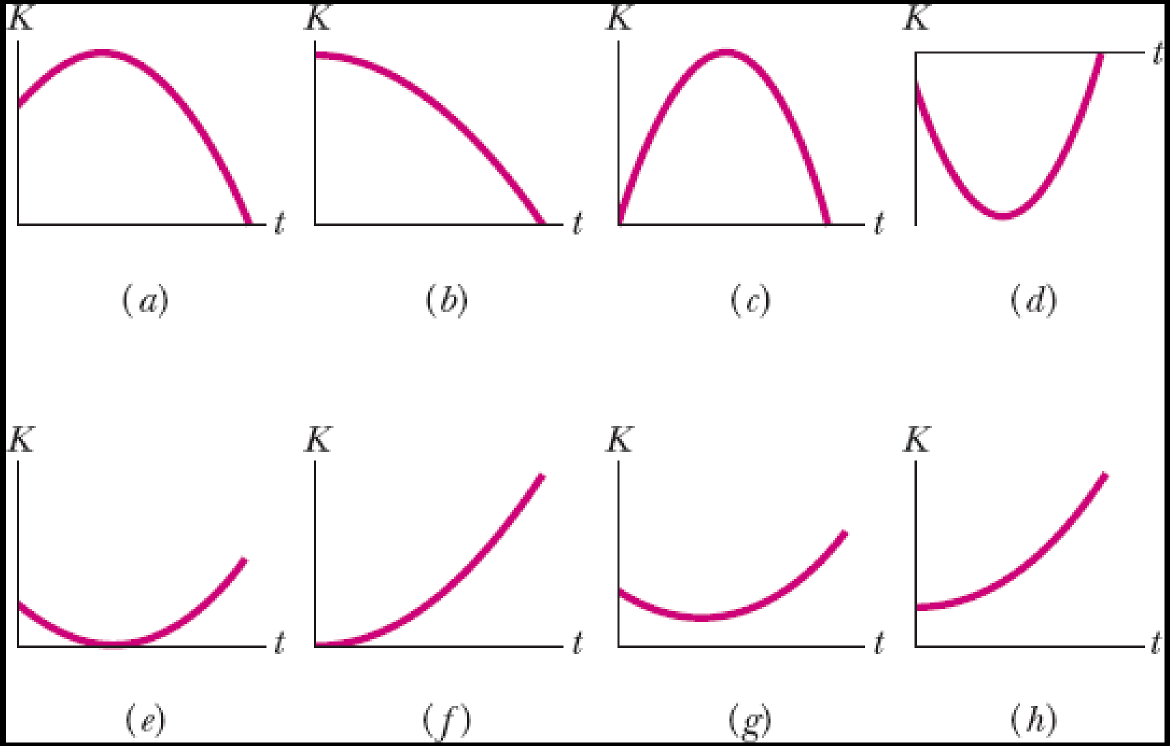


PERGUNTAS

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

9. A mola A é mais rígida que a mola B ($k_A > k_B$). A força elástica de que mola realizará mais trabalho se as molas forem comprimidas (a) da mesma distância e (b) pela mesma força?

10. Uma bola é arremessada ou deixada cair a partir do repouso da borda de um precipício. Qual dos gráficos na figura poderia mostrar como a energia cinética da bola varia durante a queda?

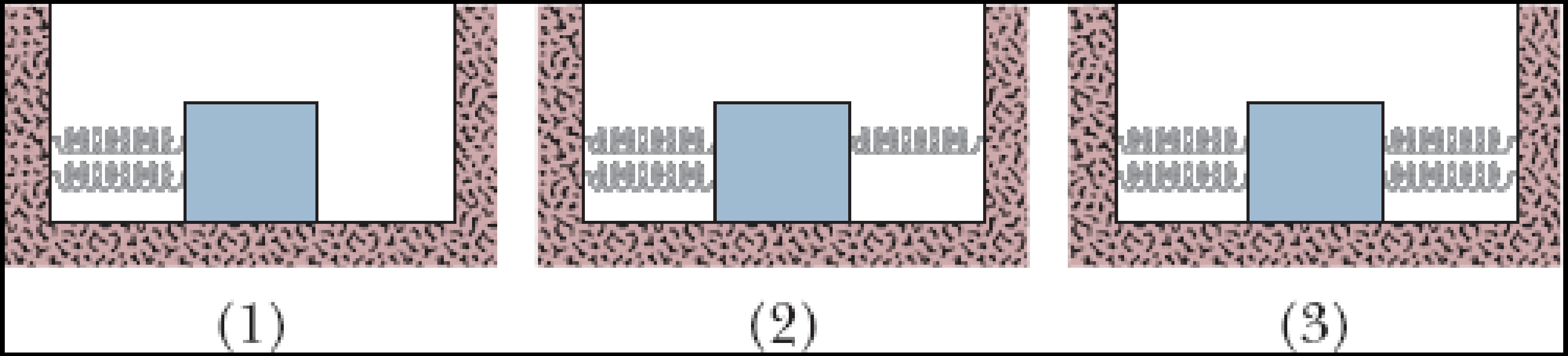


PERGUNTAS

11. Em três situações, uma força age sobre uma partícula em movimento. A velocidade da partícula e a força aplicada são as seguintes, nas três situações: (1) $\vec{v} = -4\hat{\imath}$ m/s, $\vec{F} = 6\hat{\imath} - 20\hat{\jmath}$ N; (2) $\vec{v} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ m/s, $\vec{F} = -2\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ N; (3) $\vec{v} = -3\hat{\imath} - \hat{\jmath}$ m/s, $\vec{F} = 2\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 6\hat{k}$. Ordene as situações de acordo com a taxa com qual a energia está sendo transferida, começando pela maior energia transferida para a partícula e terminando com a maior energia transferida da partícula.

PERGUNTAS

12. A figura mostra três arranjos de um bloco ligado a molas iguais que estão no estado relaxado quando o bloco está na posição central. Ordene os arranjos de acordo com o módulo da força total que age sobre o bloco, começando pelo maior, quando o bloco é deslocado de uma distância d (a) para a direita e (b) para a esquerda. Ordene os arranjos de acordo com o trabalho realizado sobre o bloco pela força das molas, começando pelo maior, quando o bloco é deslocado de uma distância d (a) para a direita e (b) para a esquerda.



RESPOSTAS ÀS PERGUNTAS

1. todas empatadas
2. (a) 2; (b) 3; (c) 1
3. (a) positivo; (b) negativo; (c) negativo
4. *c*, *b*, *a*
5. *b* (trabalho positivo), *a* (trabalho nulo), *c* (trabalho negativo), *d* (trabalho mais negativo)
6. (a) 3 m; (b) 3 m; (c) 0 e 6 m; (d) o sentido negativo do eixo x
7. todos empatados
8. (a) A, $\vec{F}_2$; B, $\vec{F}_1$; C, $\vec{F}_3$; D, $\vec{F}_4$; (b) E, A e D; F, B e C; G e H não fazem sentido porque a energia cinética K não pode ser negativa
9. (a) A; (b) B
10. *e*, *f*, *g*, *h*
11. 2,3,1
12. (a) e (b) 3,2,1 em ambas as perguntas

RESUMO

Energia Cinética

É a energia associada ao movimento

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Trabalho

- Energia transferida de um objeto ou para um objeto por uma força
- Pode ser positivo ou negativo

Trabalho Realizado por uma Força Constante

$$W = Fd\cos\phi$$

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d}$$

- O **trabalho total** é a soma dos trabalhos individuais

Trabalho e Energia Cinética

$$\Delta K = K_f - K_i = W$$

$$K_f = K_i + W$$

RESUMO

Trabalho Realizado pela Força Gravitacional

$$W_g = mgd\cos\phi$$

Trabalho Realizado para Levantar ou Baixar um Objeto

$$W_a + W_g = 0$$

$$W_a = -W_g$$

Força Elástica

- No estado relaxado, a força é nula
- A constante elástica *k* é uma medida da rigidez da mola

$$\vec{F}_s = -k\vec{d}$$

Força Elástica

- Para uma posição inicial *x* = 0,

$$W_s = -\tfrac{1}{2}kx^2$$

RESUMO

Trabalho Realizado por uma Força Variável

- É calculado integrando a equação do trabalho

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$$

Potência

- Taxa com a qual uma força realiza trabalho
- Potência média:

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t}$$

- Potência instantânea:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

- Para uma força agindo em um objeto em movimento:

$$P = Fv \cos \phi$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Lista disponível em:
http://www.eletrica.ufpr.br/p/professores:patricio:inicial

Disciplina TE303 (Física I)
Gabaritos disponíveis no mesmo endereço